



PII: S0017-9310(96)00334-1

Prévision à long terme de la réponse d'un stockage de chaleur sensible dans le sol

J. Y. DESMONS et R. BEN YOUNÈS

Laboratoire d'Hydrodynamique, d'Aérodynamique et d'Énergétique, Université de Valenciennes,
59326 Valenciennes, Cedex, France

(Reçu 26 juillet 1994 et sous forme finale 3 octobre 1996)

Résumé—Nous présentons une étude du comportement asymptotique à très long terme d'un échangeur bitubulaire à air enterré, s'appuyant sur un modèle mathématique linéaire très proche de la réalité, et tenant compte de la propagation de la chaleur dans tout le sol et de tous les paramètres physiques intervenant dans le système. Nous déterminons à partir de ce modèle, le développement asymptotique de la réponse à un échelon unité. Nous montrons que l'on peut déterminer les coefficients de ce développement à partir d'expériences très courtes, puis nous extrapolons à très long terme. © 1997 Elsevier Science Ltd.

1. INTRODUCTION

L'un des obstacles majeurs qui entrave actuellement le développement de nombreuses applications thermiques de l'énergie solaire est l'insuffisante connaissance du fonctionnement des divers types de stockage de celle-ci, en particulier le stockage dans le sol par chaleur sensible à l'aide de batteries d'échangeurs.

De nombreuses installations de tels stockages de dimensions diverses, dont beaucoup intersaisonniers, ont été réalisées depuis plus d'une quinzaine d'années.

Ces installations se présentent sous différentes formes :

(1) Tubes horizontaux ou sous forme de serpents enterrés à une certaine profondeur, dans lesquels circule en convection forcée, le fluide caloporteur (air ou eau) [1–3]. En période de stockage le fluide d'entrée est préchauffé en utilisant des calories excédentaires fournies par exemple par des capteurs solaires ou l'air intérieur d'une serre [4]. En période de destockage, l'air ou l'eau circulant toujours en convection forcée dans l'échangeur reprend tout ou partie des calories stockées et même plus dans certaines conditions, car le sol peut récupérer son énergie par l'intermédiaire de sa surface libre. En outre, la température de sortie du fluide peut éventuellement être élevée, grâce par exemple à une pompe à chaleur, afin de l'adapter aux besoins.

(2) D'autres géométries ont été expérimentées : échangeurs en forme d'épingles verticales groupées en triangles [5], échangeurs bitubulaires verticaux (baïonnettes) [6], etc. Le principe de fonctionnement est toujours le même.

Ces installations n'ont fait l'objet que d'un dimensionnement empirique ou s'appuyant sur des modèles théoriques basés sur des hypothèses très simplifiées (modèles bidimensionnels, etc.) [7, 8]. D'autres mo-

dèles théoriques très complets utilisant les fonctions de Green et la méthode des éléments finis de frontière [9], permettent de calculer complètement l'évolution des températures de tels systèmes, en fonction de tous les paramètres physiques (conductivité du sol, conductances thermiques des parois de l'échangeur, nature de fluide caloporteur, etc.). Mais l'utilisation de ces modèles nécessite de toute façon la connaissance expérimentale précise de tous ces paramètres, ce qui est presque toujours impossible. Il serait donc intéressant de disposer d'une méthode expérimentale de prévision du comportement de tels échangeurs, à la fois simple, peu coûteuse et de courte durée, tenant compte implicitement de tous les paramètres physiques du système sans qu'il soit nécessaire de connaître leur valeur.

Notre objectif dans le présent travail est de montrer que ceci est possible lorsque ces paramètres sont stables dans le temps et le comportement du système linéaire. On sait bien sûr qu'il n'en est pas ainsi dans la réalité essentiellement en raison des migrations d'humidité couplées aux gradients de température, ce qui peut modifier la résistance de contact paroi-sol et rend de toute façon le comportement non linéaire.

Nous pensons qu'on peut cependant, même dans le cas où ces phénomènes sont importants, tirer parti de la méthode mise au point si on l'utilise dans les conditions défavorables d'un milieu de stockage sec.

Le but à atteindre est de permettre, pour un débit donné constant, le calcul de la température de sortie de l'échangeur du fluide caloporteur, connaissant la température d'entrée, par rapport à une température de référence, les conditions initiales et les conditions aux frontières.

Nous n'envisageons pas ici d'arrêts de fonctionnement. Leur étude a été faite par ailleurs [9] et montre que ces arrêts, pourvu qu'ils ne soient pas trop longs (de l'ordre de quelques heures), peuvent améliorer les

NOMENCLATURE

a	diffusivité du sol [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]	$T_s^0(t)$	température de sortie relative pour un échelon unité de température [K]
A	amplitude de la température de sortie [K]	T_0	température moyenne par rapport à la température de référence [K]
a_n	coefficient sans dimension	$T_0(\bar{r})$	champ de température initial moyen dans le sol [K]
B	amplitude de la température d'entrée [K]	$T(\bar{r}, t)$	champ de température dans le sol [K]
C_f	chaleur spécifique de fluide [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]	$T_a(t)$	température de l'air atmosphérique [K]
D_{11}	$= 2(r_c - r_i)$, diamètre hydraulique [m]	$T_e(t)$	température d'entrée du fluide [K]
H	coefficient d'échange thermique entre le fluide, supposé en convection forcée dans l'espace annulaire, et le sol [$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$]	$T_f(s, t)$	température de mélange du fluide caloporteur dans l'espace annulaire [K]
H_T	coefficient d'échange sol-atmosphère [$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$]	$T_s(t)$	température de sortie du fluide [K]
k	coefficient dépendant de la géométrie de l'échangeur et des caractéristiques thermiques du fluide caloporteur [$\text{m}^2 \text{K J}^{-1}$]	T_z	température de sortie en régime permanent [K]
L	longueur de l'échangeur [m]	v	vitesse moyenne du fluide sur une section de l'espace annulaire [m s^{-1}].
p	argument de Laplace [s^{-1}]	Symboles grecs	
Q_v	débit volumique dans l'espace annulaire [$\text{m}^3 \text{h}^{-1}$]	λ	conductivité du sol [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]
\bar{r}	point du domaine (D)	λ^*	conductivité phénoménologique
$R(\bar{p})$	résistance thermique locale [$\text{m}^2 \text{K W}^{-1}$]	λ_1	conductivité du tube central [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]
r_i	rayon extérieur du tube central [m]	Γ	fonction d'Euler
r_c	rayon intérieur de l'échangeur [m]	φ	angle [rad]
s	abscisse curviligne [m]	\bar{p}	point de la surface de l'échangeur
dS	élément de surface (dans une intégrale)	τ_1	constante de temps [h]
t	temps [h]	$d\Omega$	élément de volume (dans une intégrale).

performances de stockage : la chaleur diffuse dans le sol pendant ces arrêts, ce qui diminue le gradient de température au voisinage de l'échangeur et facilite donc l'échange lors des reprises de fonctionnement. Un dimensionnement du système, effectué dans l'hypothèse d'un fonctionnement continu, sous-estimerait donc les performances dans le cas d'une utilisation discontinue.

L'hypothèse de la linéarité du comportement de ce système permet de montrer que la réponse totale est la somme de trois parties indépendantes :

(1) La réponse due à la seule influence des conditions initiales : on l'obtiendrait en imposant à l'entrée une température constamment nulle et en annulant les températures intervenant dans les conditions aux frontières. Cette partie de la réponse totale finit toujours par disparaître ; elle n'a aucune importance pratique.

(2) La réponse due à la seule influence des conditions aux frontières : conditions initiales nulles et température d'entrée nulle, mais température atmosphérique évoluant comme dans la réalité.

(3) Enfin, ce que nous appelons réponse intrin-

sèque qui correspond à une température d'entrée dépendante du temps tandis que les conditions initiales et aux frontières sont annulées. C'est cette partie de la réponse totale, qui est en général prépondérante dans les applications, à laquelle nous nous intéressons ici. Notons toutefois que la précédente peut être traitée de la même manière.

La linéarité permet en outre de montrer que cette réponse intrinsèque obéit au principe de Duhamel : il suffirait donc de connaître la réponse intrinsèque à l'échelon unité pour être capable de la calculer dans n'importe quelles conditions.

On peut déterminer expérimentalement cette réponse intrinsèque à l'échelon unité sur un court laps de temps. Mais cette connaissance ne permet pas *a priori* d'en déduire le comportement ultérieur en raison de la forte inertie thermique de ce genre de système. En particulier le régime permanent semble inaccessible.

En nous appuyant sur un modèle mathématique proche de la réalité et utilisant les propriétés de la fonction de Green fondamentale, nous déterminons dans la première partie la forme théorique du dévelop-

pement asymptotique de cette réponse intrinsèque à l'échelon unité. Le modèle ne concerne qu'un seul échangeur bitubulaire; le résultat serait le même dans le cas d'échangeurs identiques mis en série dans une batterie, avec une simplification possible lorsque ceux-ci sont suffisamment éloignés pour ne pas interagir entre eux: on déduit alors facilement la réponse de l'ensemble si l'on connaît la réponse d'un seul à condition de négliger les échanges dans les liaisons.

Connaissant la forme du développement asymptotique de la réponse, nous montrons dans la deuxième partie que l'on peut déterminer les coefficients de ce développement à partir d'expériences de courtes durées (5 et 10 h), déterminer la température de sortie en régime permanent et étudier les variations de celle-ci pour différents régimes.

Enfin, nous montrons dans la dernière partie comment utiliser ces résultats dans le cas des régimes alternatifs, d'un intérêt pratique évident, et comparons aux résultats expérimentaux.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

2.1. Formulation différentielle

2.1.1. *Equation de propagation de la chaleur dans le sol.* Le milieu de stockage constitue un domaine (D) limité par une frontière (S) qui est la réunion de la surface libre et des parois du stock: (S_1), et de la surface de l'échangeur enterré: (S_2) = (S_b) \cup (S_1), Fig. 1.

L'équation de propagation de la chaleur dans un tel milieu est celle de Fourier:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} - \Delta T(\vec{r}, t) = 0 \quad (1)$$

où $T(\vec{r}, t)$ est le champ de température au point M dans le sol, que nous supposons homogène, isotrope et de caractéristiques thermiques stables. Il est alors caractérisé par une diffusivité " a " et une conductivité λ constantes.

L'équation (1) a une solution unique pour une condition initiale $T_0(\vec{r})$ donnée dans le domaine (D) et des conditions données sur la frontière (S).

2.1.2. *Conditions aux limites.* Le transfert de chaleur entre le milieu de stockage et la frontière (S) est décrit grâce à un coefficient d'échange local $H(\vec{r})$, où $\vec{r} \in (S)$, que nous supposons indépendant du temps:

$$-\lambda \left. \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial n} \right|_{(S)} = H(\vec{r}) [T(\vec{r}, t) - T_1(\vec{r}, t)] \Big|_{(S)} \quad (2)$$

avec:

- si $\vec{r} \in (S_1)$: Coefficient d'échange moyen sol-atmosphère ($H_T(\vec{r})$ étant très faible si $\vec{r} \in$ parois du stock qui sont fortement isolantes)
 $H(\vec{r}) = H_T(\vec{r})$
- $T_1(\vec{r}, t) = T_a(\vec{r}, t)$ Température de l'air atmosphérique au point \vec{r} de la surface (S_1).

Le cas du sol, domaine semi-infini, peut être considéré comme un cas limite du précédent; les parois de la caisse étant remplacées par une surface hémisphérique centrée sur l'échangeur, dont on fait tendre le rayon vers l'infini Fig. 1. On impose alors au champ $T(\vec{r}, t)$ de prendre une valeur fixe à l'infini, valeur que l'on prend comme référence des températures.

Nous appellerons par la suite "sol" le milieu de stockage, qu'il soit fini ou semi-infini.

• si $\vec{r} \in (S_2)$: l'échangeur considéré ici est un échangeur bitubulaire dont la paroi en contact avec le sol se compose de deux parties: (S_1) surface latérale, (S_b) surface de la base.

Nous prenons l'origine du système au centre "O" de la base de l'échangeur Fig. 2. Un point de (S_2) tel que $\vec{OP} = \vec{\rho}$, sera repéré par son abscisse curviligne " s " et l'angle φ . Le fluide caloporteur est injecté à l'entrée du tube central, à la température $T_c(t)$. Si on suppose que les parois de ce tube sont parfaitement isolantes, ce qui est une bonne approximation lorsqu'il est en P.V.C. [10], le fluide parvient à la base de l'échangeur, à la même température $T_c(t)$.

• si $\vec{r} \in (S_b)$: $H(\vec{\rho}) = 0$ Nous négligeons l'échange entre le fluide d'entrée et la base (S_b) devant l'échange global.

• si $\vec{r} \in (S_1)$: $T_1(\vec{\rho}, t) = T_1(s, t)$ Température de mélange du fluide sur une section de l'espace annulaire d'abscisse " s ".

et $H(\vec{\rho}) = H_1(\vec{\rho})$

La résistance thermique locale $R(\vec{\rho}) = 1/H_1(\vec{\rho})$ dépend en générale du point $\vec{\rho}$. Elle comprend trois parties en série:

- La résistance de la paroi du tube: elle est négligeable lorsque le tube est métallique.
- La résistance de contact entre la paroi extérieure et le sol, qui dépend essentiellement du taux d'humidité, variable au cours du temps, du sol environnant et est maximale lorsque celui-ci est sec. Nous nous plaçons dans cette hypothèse.
- La résistance, due à la convection, entre le fluide et la paroi interne du tube extérieur. Une étude expérimentale de la valeur du coefficient d'échange local $H_1(s)$ entre l'espace annulaire et le sol a montré [11], d'une part qu'il est pratiquement indépendant du temps malgré l'évolution des températures, d'autre part qu'il dépendait fortement de l'abscisse " s ":

Il baisse rapidement à partir de la base (S_b), puis remonte fortement pour présenter un maximum suivi d'une décroissance asymptotique vers sa valeur limite en régime turbulent. Ce comportement est caractéristique d'une transition laminaire-turbulent.

Pour les vitesses et la faible longueur d'échangeur (≈ 2 m) utilisées ici, la transition s'effectue au voisinage de la sortie de l'échangeur, qui est donc mal utilisé sur sa plus grande longueur. C'est pourquoi

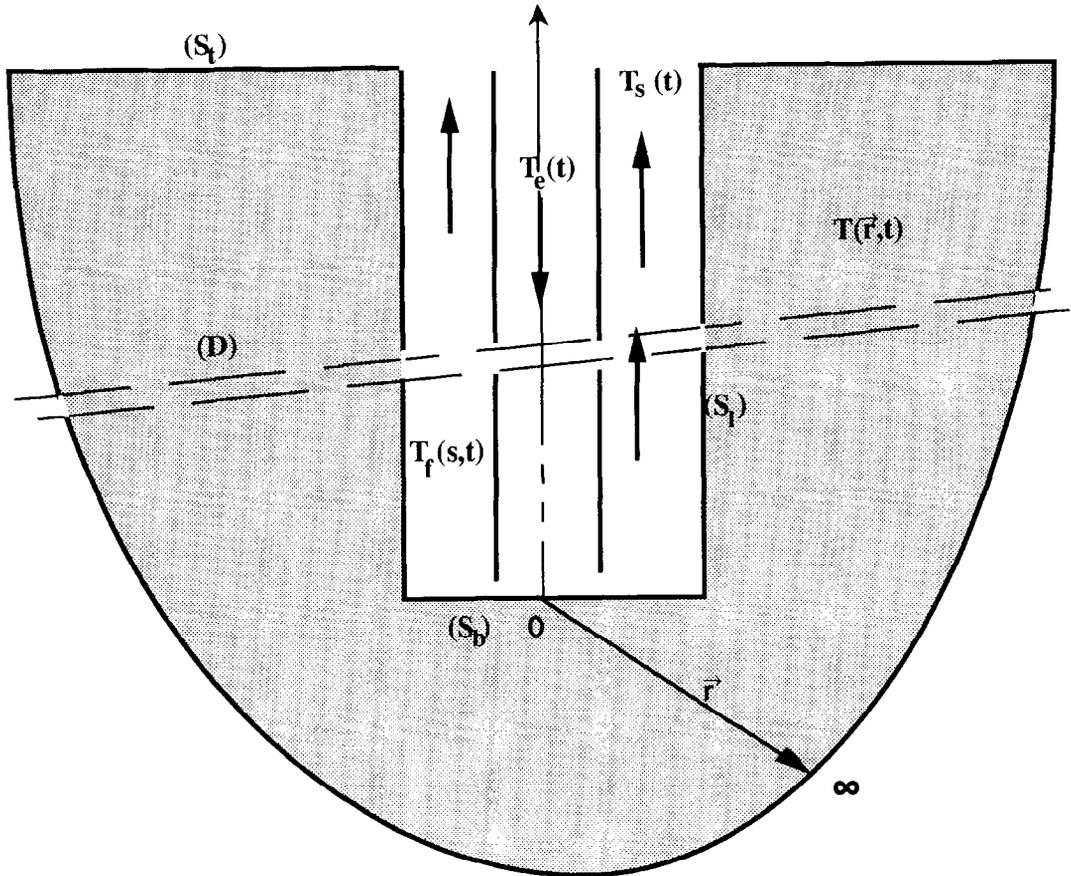


Fig. 1. Frontières du domaine (D) de stockage.

nous avons introduit dans l'espace annulaire des chicanes de formes décrites dans la Section 7: Le coefficient d'échange local augmente mais n'est plus dans ce cas mesurable. La méthode proposée permet de s'affranchir de cette méconnaissance, à condition que ce coefficient ne dépende pas du temps.

Enfin, l'étude du bilan des échanges Fig. 3 dans une tranche de fluide de l'espace annulaire orthogonale à l'écoulement, conduit, à l'équation :

$$\frac{\partial T_f(s, t)}{\partial t} + v \frac{\partial T_f(s, t)}{\partial s} = -k\lambda \left| \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial n} \right|_{(S_1)} \quad (3)$$

où $-\lambda \left| \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial n} \right|_{(S_1)}$ est ici la moyenne sur l'angle "φ" du premier terme (et donc du second) de l'équation (2) sur la surface (S₁), soit :

$$\begin{aligned} -\lambda \left| \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial n} \right|_{(S_1)} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} -\lambda \left| \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial n} \right|_{(S_1)} d\varphi \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_1(s, \varphi) [T(s, \varphi, t) \\ &\quad - T_f(s, t)] d\varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Une simplification est possible si H₁ ne dépend que de "s" : si nous appelons T(s, t) la moyenne sur "φ"

de la température de paroi T(\vec{r} , t), l'équation (3) peut s'écrire :

$$\frac{\partial T_f(s, t)}{\partial t} + v \frac{\partial T_f(s, t)}{\partial s} = kH_1(s) [T(s, t) - T_f(s, t)]. \quad (5a)$$

Le coefficient "k" dépend des dimensions de l'échangeur et des caractéristiques thermiques du fluide :

$$k = \frac{2r_c}{\rho_f C_f (r_e^2 - r_i^2)}. \quad (5b)$$

L'ensemble des équations (1) à (5a) possède alors une solution unique pour T(\vec{r} , t), T_f(s, t) et T(s, t) si l'on se donne T₀(\vec{r}), T_a(\vec{r} , t), T_f(s, t = 0) et T_e(t).

Nous aurons besoin dans la suite des transformées de Laplace des équations précédentes, qui s'écrivent, respectivement :

$$q^2 \bar{T}(\vec{r}, p) - \Delta \bar{T}(\vec{r}, p) = \frac{T_0(\vec{r})}{a} \quad \left(q = \sqrt{\frac{p}{a}} \right) \quad \vec{r} \in (D) \quad (5c)$$

$$-\lambda \left| \frac{\partial \bar{T}(\vec{r}, p)}{\partial n} \right|_{(S_1)} = H_T(\vec{r}) [\bar{T}(\vec{r}, p) - \bar{T}_a(\vec{r}, p)] \Big|_{(S_1)} \quad (5d)$$

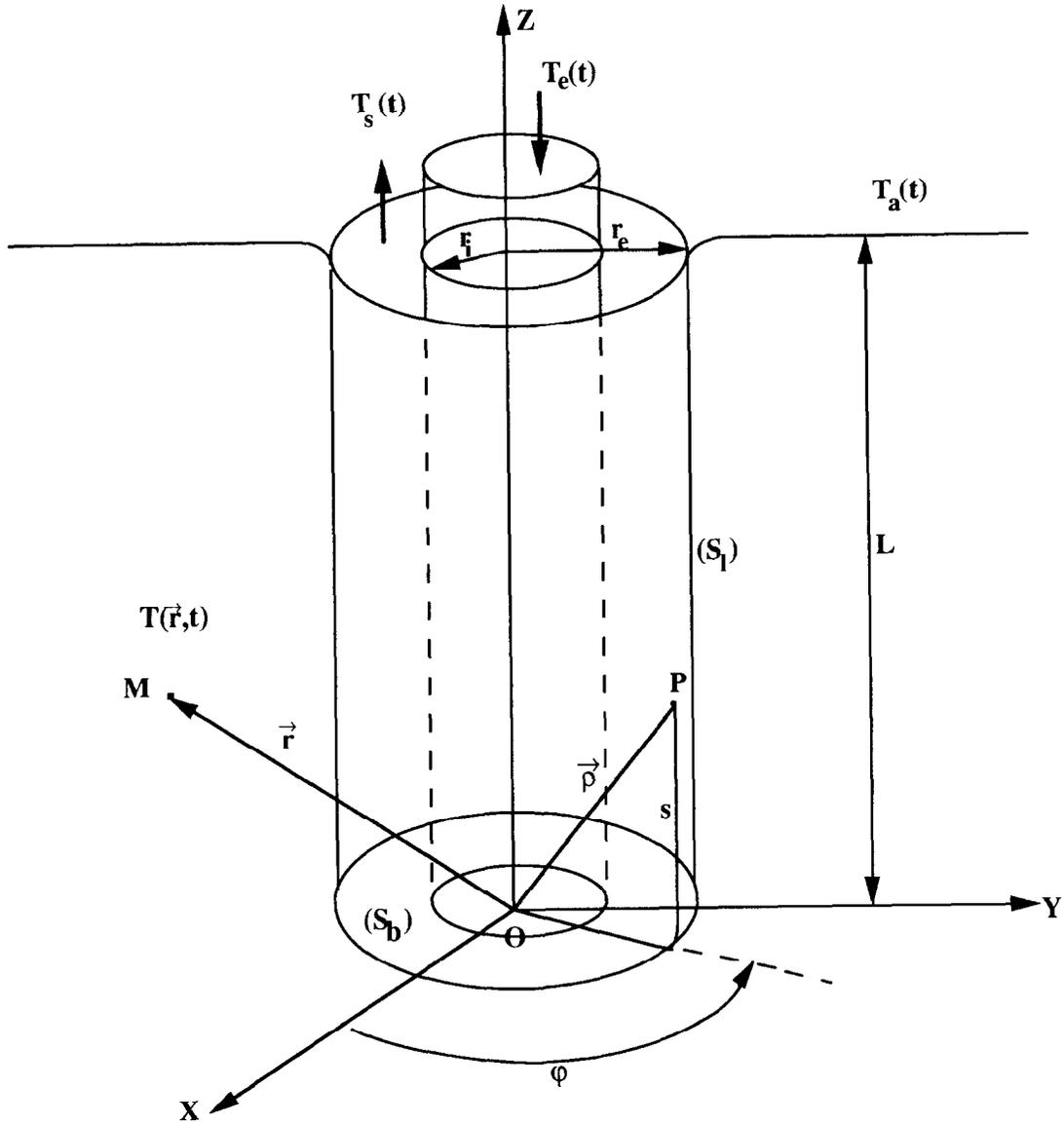


Fig. 2. Géométrie de l'échangeur.

$$-\lambda \frac{\partial \bar{T}(\bar{\rho}, p)}{\partial n} \Big|_{(S_b)} = 0 \quad (5e)$$

$$-\lambda \frac{\partial \bar{T}(\bar{\rho}, p)}{\partial n} \Big|_{(S_l)} = H_1(\bar{\rho}) [\bar{T}(\bar{\rho}, p) - \bar{T}_r(s, p)] \Big|_{(S_l)} \quad (5f)$$

$$p \bar{T}_r(s, p) + v \frac{\partial \bar{T}_r(s, p)}{\partial s} = k H_1(s) [\bar{T}(s, p) - \bar{T}_r(s, p)] + T_r(s, t = 0). \quad (5g) \quad \text{avec}$$

Cette dernière équation peut être résolue et $\bar{T}_r(s, p)$ s'écrit :

$$\bar{T}_r(s, p) = e^{-c(s,p)} T_e(p) + e^{-c(s,p)} \int_{r_e}^s e^{c(s',p)} ds'$$

$$\times \left[\frac{k H_1(s')}{v} \bar{T}(s', p) + \frac{T_r(s', t = 0)}{v} \right] ds' \quad (5h)$$

$$= e^{-c(s,p)} T_e(p) + \int_{r_e}^s \left[K(s, s', p) \bar{T}(s', p) + \frac{T_r(s', t = 0)}{v} e^{c(s',p) - c(s,p)} \right] ds' \quad (5i)$$

$$c(s, p) = \frac{p(s - r_e)}{v} + \int_{r_e}^s \frac{k H_1(s')}{v} ds' \quad (5j)$$

et

$$K(s, s', p) = \frac{k H_1(s')}{v} e^{c(s',p) - c(s,p)}. \quad (5k)$$

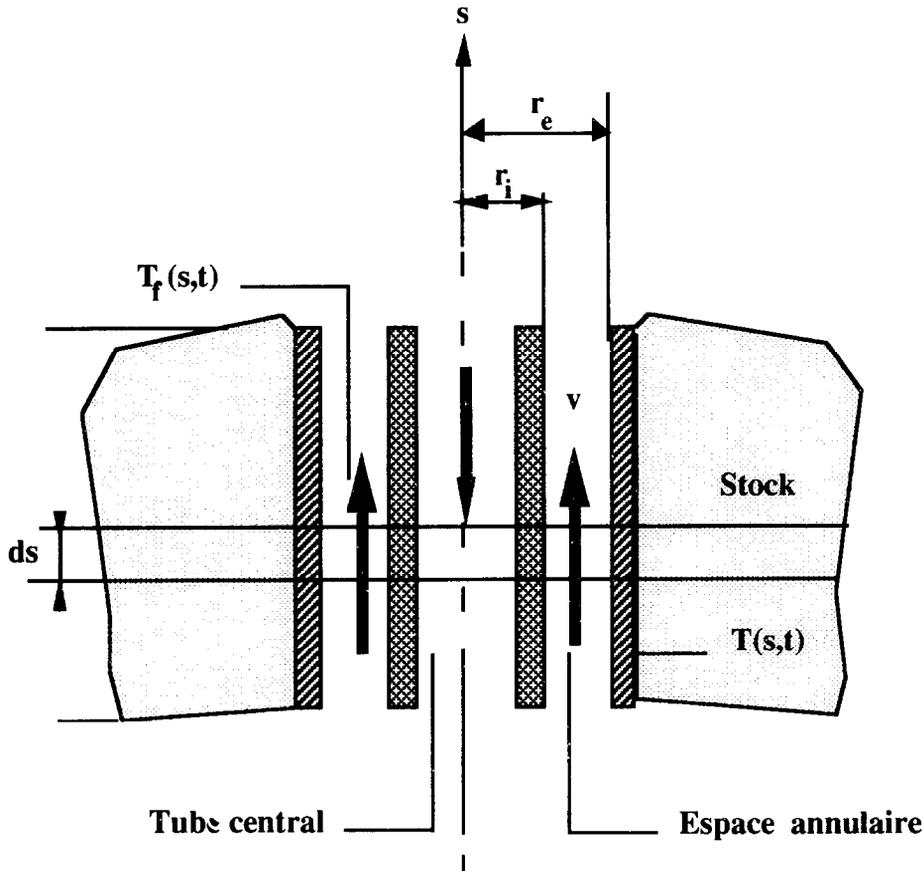


Fig. 3. Une coupe transversale de l'échangeur.

2.2. Formulation intégrale

On sait [12] que la fonction $\bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p) = e^{-q\|\vec{r}-\vec{r}'\|}/(4\pi\|\vec{r}-\vec{r}'\|)$ est une solution particulière (fonction de Green) de l'équation :

$$q^2 \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p) - \Delta \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p) = \delta(\vec{r} - \vec{r}'). \quad (6)$$

Multiplions alors l'équation (6) par $\bar{T}(\vec{r}, p)$ et (5c) par $\bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p)$, puis soustrayons les deux équations obtenues et intégrons sur \vec{r} dans tout le domaine (D). Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \bar{T}(\vec{r}', p) = & \iiint_{(D)} [\bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p) \Delta \bar{T}(\vec{r}, p) \\ & - \bar{T}(\vec{r}, p) \Delta \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p)] d\Omega \\ & + \iiint_{(D)} \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p) \frac{T_0(\vec{r})}{a} d\Omega \quad (7a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Soit : } \bar{T}(\vec{r}', p) = & \iint_{(S)} \left[\bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p) \frac{\partial \bar{T}(\vec{r}, p)}{\partial n} \right. \\ & \left. - \bar{T}(\vec{r}, p) \frac{\partial \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p)}{\partial n} \right] dS \\ & + \iiint_{(D)} \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p) \frac{T_0(\vec{r})}{a} d\Omega. \quad (7b) \end{aligned}$$

Cette relation est exacte si le point \vec{r}' appartient strictement au domaine (D). Elle ne résoud évidemment pas le problème de la détermination des champs $\bar{T}(\vec{r}, p)$ puisque les températures superficielles sont inconnues (les flux superficiels peuvent être éliminés en utilisant les conditions aux frontières).

Cependant la fonction de Green $\bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p)$ choisie possède la propriété suivante : si on fait tendre \vec{r}' vers un point $\vec{\rho}$ de la surface (S) où celle-ci ne possède qu'un seul plan tangent, ce que l'on peut toujours imposer, et où les températures et densités de flux normaux sont continues et bornées, on a :

$$\begin{aligned} \vec{r}' \lim_{\vec{\rho}} \bar{\rho} \iint_{(S)} \bar{T}(\vec{r}, p) \frac{\partial \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p)}{\partial n} dS = & -\frac{1}{2} \bar{T}(\vec{\rho}, p) \\ & + \iint_{(S)} \bar{T}(\vec{r}, p) \frac{\partial \bar{G}(\vec{r}, \vec{\rho}, p)}{\partial n} dS \quad (7c) \end{aligned}$$

alors que

$$\begin{aligned} \vec{r}' \lim_{\vec{\rho}} \bar{\rho} \iint_{(S)} \bar{G}(\vec{r}, \vec{r}', p) \frac{\partial \bar{T}(\vec{r}, p)}{\partial n} dS \\ = \iint_{(S)} \bar{G}(\vec{r}, \vec{\rho}, p) \frac{\partial \bar{T}(\vec{r}, p)}{\partial n} dS \quad (7d) \end{aligned}$$

Ces propriétés permettent donc d'obtenir une équation intégrale où ne figurent que les champs de température et densités de flux normaux superficiels.

$$\begin{aligned} \bar{T}(\bar{\rho}, p) = 2 \iint_{(S)} & \left[\bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) \frac{\partial \bar{T}(\bar{r}, p)}{\partial n} \right. \\ & \left. - \bar{T}(\bar{r}, p) \frac{\partial \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p)}{\partial n} \right] dS \\ & + 2 \iiint_{(D)} \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) \frac{T_0(\bar{r})}{a} d\Omega. \quad (7e) \end{aligned}$$

On élimine enfin les densités de flux superficiels en utilisant les équations (5d) à (5i) :

$$\begin{aligned} \bar{T}(\bar{\rho}, p) = 2 \iint_{(S_1)} & \frac{H(\bar{r})}{\lambda} \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) \bar{T}_a(\bar{r}, p) dS_1 \\ & + 2 \iiint_{(D)} \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) \frac{T_0(\bar{r})}{a} d\Omega \\ & + 2 \iint_{(S_1)} \frac{H(\bar{r})}{\lambda} \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) dS_1 \\ & \times \int_{r_c}^s \frac{T_i(s', t=0)}{v} e^{c(s', p) - c(s, p)} ds' \\ & + 2 \iint_{(S_1)} \frac{H(\bar{r})}{\lambda} [\bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) e^{-c(s, p)} \bar{T}_c(p) dS_1 \\ & - 2 \iint_{(S)} \bar{T}(\bar{r}, p) \left[\frac{H(\bar{r})}{\lambda} \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) + \frac{\partial \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p)}{\partial n} \right] dS \\ & + 2 \iint_{(S_1)} \frac{H(\bar{r})}{\lambda} \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) dS_1 \\ & \times \int_{r_c}^s K(s, s', p) \bar{T}(s', p) ds'. \quad (8) \end{aligned}$$

Dans cette expression $\bar{\rho}, \bar{r} \in (S_1) \cup (S_0) \cup (S_2)$. Cette équation peut être, en principe, résolue par itération, donnant la solution générale $\bar{T}(\bar{\rho}, p)$ sous forme d'une série, ce qui permet de déterminer $T_i(s, p)$ puis le champ $\bar{T}(\bar{r}, p)$ dans le solide. Il est possible ensuite de déterminer les originaux de ces fonctions en faisant apparaître des produits de convolution. En raison de la complexité de l'équation (8), ce programme semble irréalisable.

3. SÉPARATION DES SOLUTIONS

Les quatre premiers termes de l'équation intégrale dépendent linéairement des données $\bar{T}_a(\bar{r}, p)$, $T_0(\bar{r})$, $T_i(s', t=0)$ et $\bar{T}_c(p)$. Cette équation étant linéaire, la solution générale $\bar{T}(\bar{\rho}, p)$ peut toujours se décomposer en quatre parties : nous appelons réponse intrinsèque, celle qui correspond à : $\bar{T}_a(\bar{r}, p) = T_i(s', t=0) = T_0(\bar{r}) = 0$ mais $\bar{T}_c(p) \neq 0$. Elle représente donc la seule contribution d'une température d'entrée non nulle. Cette partie de la réponse totale est généralement pré-

pondérante dans les applications au stockage de chaleur. Les trois premiers termes de l'équation (8) disparaissent. La réponse intrinsèque à l'échelon unité ($\bar{T}_c(p) = 1/p$), de transformée de Laplace $\bar{T}_0(\bar{\rho}, p)$, vérifie l'équation :

$$\begin{aligned} \bar{T}_0(\bar{\rho}, p) = 2 \iint_{(S_1)} & \frac{H(\bar{r})}{\lambda} \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) e^{-c(s, p)} \frac{1}{p} dS_1 \\ & + \iint_{(S)} \mathcal{F}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) \bar{T}_0(\bar{r}, p) dS \\ & + 2 \iint_{(S_1)} \frac{H(\bar{r})}{\lambda} \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) dS_1 \\ & \times \int_{r_c}^s K(s, s', p) \bar{T}_0(s', p) ds' \quad (9a) \end{aligned}$$

avec

$$\mathcal{F}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) = -2 \left[\frac{H(\bar{r})}{\lambda} \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p) + \frac{\partial \bar{G}(\bar{r}, \bar{\rho}, p)}{\partial n} \right]. \quad (9b)$$

L'équation (9a) peut s'écrire, en introduisant la notation de Dirac :

$$|\bar{T}_0(p)\rangle = |\bar{F}(p)\rangle + A(p)|\bar{T}_0(p)\rangle. \quad (9c)$$

Le ket $|\bar{T}_0(p)\rangle$ représentant le champ superficiel $\bar{T}_0(\bar{\rho}, p)$. Le ket $|\bar{F}(p)\rangle$ représente le premier terme du deuxième membre de l'équation (9a), et $A(p)$ est un opérateur intégral dont la forme est donnée par les deux derniers termes. L'équation peut donc s'écrire :

$$[1 - A(p)]|\bar{T}_0(p)\rangle = |\bar{F}(p)\rangle. \quad (9d)$$

On remarque donc que pour une température d'entrée $\bar{T}_c(p)$ quelconque, on aura, en comparant les équations (8) et (9a) :

$$\bar{T}(\bar{\rho}, p) = p \bar{T}_0(\bar{\rho}, p) \bar{T}_c(p). \quad (10a)$$

Soit

$$T(\bar{\rho}, t) = \int_0^t T_0(\bar{\rho}, t - \tau) \frac{dT_c(\tau)}{d\tau} d\tau + T_c(0) \bar{T}_0(\bar{\rho}, t). \quad (10b)$$

En particulier, si $T_s^0(t)$ est la température de sortie pour une température d'entrée échelon unité, la réponse à une température d'entrée quelconque s'écrit :

$$T_s(t) = \int_0^t T_s^0(t - \tau) \frac{dT_c(\tau)}{d\tau} d\tau + T_c(0) T_s^0(t). \quad (10c)$$

La réponse intrinsèque obéit donc au principe de Duhamel et la connaissance complète de $T_s^0(t)$ nous permet de calculer la température de sortie pour n'importe quelle température d'entrée ; en particulier, pour un échangeur de géométrie donnée, l'atténuation et le déphasage de la température de sortie par rapport à

la température d'entrée en régime alternatif établi. Ce qui présente un intérêt certain dans le cas du stockage de l'énergie solaire pour une installation destinée à fonctionner en permanence.

Comme précédemment, on peut tenter de résoudre l'équation (9a) par itération mais il est nécessaire de connaître les coefficients λ , $H_T(\bar{r})$, $H_1(\bar{r})$, etc.

Or, ces derniers coefficients, notamment, sont difficiles, voire impossibles, à déterminer expérimentalement, en particulier par exemple lorsque l'espace annulaire est muni de chicanes destinées à améliorer l'échange.

Il est, par contre, relativement facile de déterminer expérimentalement la fonction $T_s^0(t)$, mais pour des raisons techniques évidentes (contrôle des conditions aux limites, durée de l'expérience), ceci n'est possible que dans un intervalle de temps très limité. Cependant, si on connaît théoriquement le comportement asymptotique de $T_s^0(t)$, on peut extraire à partir de données à court terme, des renseignements suffisants pour permettre une extrapolation fiable à très long terme.

4. DÉVELOPPEMENT ASYMPTOTIQUE

Le champ $T_0(\bar{p}, t)$, fonction monotone croissante de t , est toujours positif, inférieur à la valeur en régime permanent $T_0(\bar{p}, t) < T_0(\bar{p})$. On a donc pour les transformées de Laplace :

$$0 < \bar{T}_0(\bar{p}, p) \leq \frac{T_0(\bar{p})}{p} \forall \bar{p} \in (S).$$

On en déduit que le prolongement analytique $\bar{T}_0(\bar{p}, z)$, ($z = p + ib$), a une partie réelle et une partie imaginaire donc un module borné par $T_0(\bar{p})/p$. et ne peut avoir de pôles ou points singuliers de partie réelle supérieure à zéro. Si on peut trouver un développement de $\bar{T}_0(\bar{p}, p)$ au voisinage de $p = 0$ sous la forme :

$$\bar{T}_0(\bar{p}, p) = \frac{T_0(\bar{p})}{p} + \sum_{n=1}^{\infty} T^n(\bar{p}) p^{-n}$$

avec $-1 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n, \dots, < \dots$ (11)

alors, on pourra appliquer le théorème sur les développements asymptotiques [13]. Or la fonction $\bar{G}(\bar{r}, \bar{p}, p)$ possède au voisinage de $p = 0$, le développement évident :

$$\bar{G}(\bar{r}, \bar{p}, p) = G^{(0)} + qG^{(1)} + q^2G^{(2)} + \dots + q^nG^{(n)}$$

(12a)

avec naturellement

$$G^{(0)} = \frac{1}{4\pi \|\bar{r} - \bar{p}\|}, \quad G^{(1)} = -\frac{1}{4\pi},$$

$$G^{(2)} = \frac{1}{4\pi} \frac{\|\bar{r} - \bar{p}\|}{2l},$$

$$G^{(n)} = \frac{(-1)^n \|\bar{r} - \bar{p}\|^{n-1}}{4\pi n!}. \quad (12b)$$

Ceci permet d'affirmer que l'opérateur $A(p)$ et le vecteur $|\bar{F}(p)\rangle$ peuvent se développer sous la forme :

$$A(p) = A^{(0)} + p^{1/2}A^{(1)} + \dots + p^{n/2}A^{(n)} + \dots, \quad (13a)$$

$$|\bar{F}(p)\rangle = \frac{1}{p}|F^{(0)}\rangle + \frac{1}{p^{1/2}}|F^{(1)}\rangle + |F^{(2)}\rangle + \dots + p^{(n-2)/2}|F^{(n)}\rangle + \dots \quad (13b)$$

Reportant dans l'équation (9d) et identifiant les termes de même puissance en p , on trouve que :

$$|\bar{T}_0(p)\rangle = \frac{1}{p}|T_0\rangle + \frac{1}{p^{1/2}}|T_1\rangle + |T_2\rangle + \dots + p^{(n-2)/2}|T_n\rangle + \dots \quad (13c)$$

avec

$$[1 - A^{(0)}]|T_0\rangle = |F_0\rangle \quad (13d)$$

$$[1 - A^{(0)}]|T_1\rangle = |F^{(1)}\rangle + A^{(1)}|T_0\rangle \quad (13e)$$

$$[1 - A^{(0)}]|T_2\rangle = |F^{(2)}\rangle + A^{(1)}|T_1\rangle + A^{(2)}|T_0\rangle \quad (13f)$$

etc.

On ne peut admettre dans le développement de $|\bar{T}_0(p)\rangle$ de puissances λ_n différentes de $(n-2)/2$ car si de tels termes existaient : $|T^{(\lambda_n)}\rangle$, ils devraient satisfaire les équations :

$$[1 - A^{(0)}] |T^{(\lambda_1)}\rangle = 0 \quad (14a)$$

$$[1 - A^{(0)}] |T^{(\lambda_2)}\rangle = 0 \quad (14b)$$

etc.

Or ce type d'équation semblable à l'équation (13d) précédente sans second membre correspondrait physiquement à un régime permanent pour $|F_0\rangle = 0$ c'est à dire pour une température d'entrée du fluide constamment nulle. La solution dans ces conditions ne peut être que nulle.

Le théorème sur les développements asymptotiques permet alors d'obtenir à partir de l'expression (13c) le développement suivant :

$$T_0(\bar{p}, t) = T_0(\bar{p}) + \frac{T_1(\bar{p})}{\Gamma(-1/2)} t^{-1/2} + \frac{T_3(\bar{p})}{\Gamma(-3/2)} t^{-3/2} + \frac{T_5(\bar{p})}{\Gamma(-5/2)} t^{-5/2} + \dots \quad (15)$$

Seules subsistent dans ce développement les puissances impaires de $t^{-1/2}$. Néanmoins les quantités $T_2(\bar{p})$, $T_4(\bar{p})$, $T_{2n}(\bar{p})$ jouent un rôle dans la résolution à partir de l'équation (13f).

Les relations (5h) et (13c) permettent alors de montrer pour $s = L + r_c$, que la température de sortie

$T_s^0(t)$ possède le développement asymptotique :

$$T_s^0(t) = T_s^{(0)} + \frac{T_s^{(1)}}{\Gamma(-1/2)} t^{-1/2} + \frac{T_s^{(3)}}{\Gamma(-3/2)} t^{-3/2} + \frac{T_s^{(5)}}{\Gamma(-5/2)} t^{-5/2} + \dots \quad (16)$$

Ce qu'on peut écrire, en posant $u = t^{-1/2}$:

$$T_s^0(u) = T_\infty + T_1 u + T_3 u^3 + \dots + T_{2n+1} u^{2n+1} + \dots, \quad \text{avec } T_{2n+1} = \frac{T_s^{(2n+1)}}{\Gamma[-(2n+1)]}. \quad (17)$$

5. RÉPONSE DU SYSTÈME EN RÉGIME ALTERNATIF

La fonction de réponse $T_s^0(t)$ constituant la réponse intrinsèque de l'échangeur, peut toujours être approchée, avec la précision voulue, par une somme d'exponentielles décroissantes du temps "t".

$$T_s^0(t) = T_\infty \left(1 - \sum_{n=1}^N a_n e^{-n t / \tau_1} \right), \quad \text{avec } \sum_{n=1}^N a_n = 1. \quad (18)$$

La constante de temps τ_1 est prise égale à une heure. pour cette valeur et pour $N = 8$, la fonction $T_s^0(t)$ obtenue après détermination numérique des coefficients a_n approche la courbe expérimentale avec une erreur relative ne dépassant pas 5% sur la plus grande partie de l'expérience [14].

L'intérêt de ce développement exponentiel est de permettre un calcul numérique facile et rapide du produit de convolution intervenant dans le principe de Duhamel. La connaissance complète de $T_s^0(t)$ dans l'intervalle $[0, \infty]$ permet de déterminer numériquement les coefficients a_n , T_∞ qui caractérisent finalement un échangeur donné. Prenons une température d'entrée sous la forme suivante :

$$T_e(t) = T_0 + B \sin(\omega t). \quad (19)$$

La température de sortie s'écrira après calcul [15] :

$$T_s(t) = A \sin(\omega t - \phi) + T_0 T_\infty + B T_\infty \omega \sum_{n=1}^N \frac{a_n \frac{n}{\tau_1} \exp\left(\frac{-n t}{\tau_1}\right)}{\left(\frac{n}{\tau_1}\right)^2 + \omega^2} \quad (20a)$$

avec

$$A = B T_\infty \sqrt{\left[\sum_{n=1}^N \frac{a_n \left(\frac{n}{\tau_1}\right)^2}{\left(\frac{n}{\tau_1}\right)^2 + \omega^2} \right]^2 + \left[\sum_{n=1}^N \frac{a_n \frac{n}{\tau_1} \omega}{\left(\frac{n}{\tau_1}\right)^2 + \omega^2} \right]^2} \quad (20b)$$

et

$$\phi = \arctg \frac{\sum_{n=1}^N \frac{a_n \frac{n}{\tau_1} \omega}{\left(\frac{n}{\tau_1}\right)^2 + \omega^2}}{\sum_{n=1}^N \frac{a_n \left(\frac{n}{\tau_1}\right)^2}{\left(\frac{n}{\tau_1}\right)^2 + \omega^2}}. \quad (20c)$$

Le dernier terme de l'équation (20a) correspond au régime transitoire. On trace numériquement la température de sortie à partir des valeurs a_n , T_∞ extraites d'une expérience de 5 h et nous comparons avec les résultats d'expériences de durée 10 h.

6. PROCÉDURE ET MONTAGE EXPÉRIMENTAL

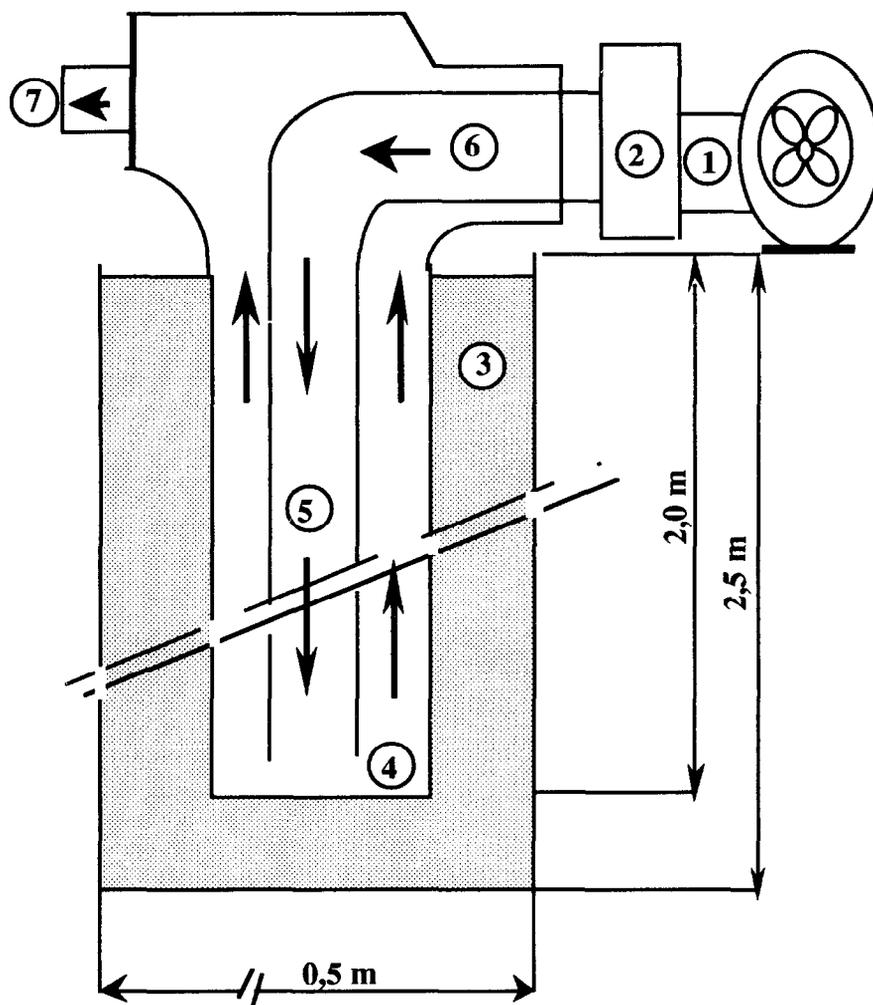
L'installation expérimentale est composée d'un échangeur bitubulaire, de diamètre hydraulique $D_H = 42.5$ mm et de deux mètres de long Fig. 4. La paroi extérieure de l'échangeur ainsi que la base, en contact permanent avec le stock, est en acier A37 choisi dans la gamme la plus conductrice, afin d'assurer un bon transfert thermique entre le fluide et le stock. Le tube intérieur amenant l'air à la base est en P.V.C. de conductivité thermique $\lambda_i = 0.2 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et d'épaisseur 3 mm.

L'échangeur ainsi constitué est placé dans l'axe horizontal d'une caisse remplie de sable fin sec, de diffusivité $a = 0.38 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ [9] et de conductivité $\lambda = 0.355 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ [16], de 2.5 m de long, et de section carrée de 0.5 m de côté. La surface supérieure de la caisse est libre, en contact permanent avec l'atmosphère. Les autres parois de la caisse sont fortement isolantes. Une série de sondes (thermocouples) en chromel-alumel (de type "K"), ont été choisies de faible diamètre (0.5 mm) afin de limiter les perturbations thermiques et aérodynamiques que celles-ci sont susceptibles d'engendrer. Elles sont réparties à l'intérieur de l'échangeur, sur sa paroi extérieure et dans la caisse de sable, et permettent l'enregistrement en fonction du temps des températures, à des intervalles de temps de 2 s, grâce à deux enregistreurs de 12 voies chacun.

Le soufflage d'air chaud est assuré par un groupe de deux ventilateurs centrifuges. Une batterie de chauffe de 2 kW couplée à un variateur d'intensité, permet de contrôler la température d'entrée. La vitesse du fluide est mesurée à l'aide d'un anémomètre à fil chaud. Le fluide (air chaud) est insufflé dans le tube central, et sort par l'échangeur en cédant ses calories au milieu environnant Fig. 4.

6.1. Déroulement de l'expérience

Avant de débiter chaque expérience, nous nous assurons qu'il y a un faible écart ($< 0.75^\circ\text{C}$) entre les différentes températures du sable et celle prise comme référence. Celle-ci doit être bien uniforme dans le stock. Plusieurs jours séparent deux expériences consécutives afin d'assurer un bon retour à l'uniformité du champ de



1. Groupe de ventilation
 2. Résistances chauffantes
 3. Stock (sable)
 4. Echangeur (\varnothing 88,9 mm)
 5. Tube en P.V.C (\varnothing 40 mm)
 6. Entrée d'air chaud
 7. Sortie d'air froid
- ← Circulation du fluide

Fig. 4. Schéma de l'installation.

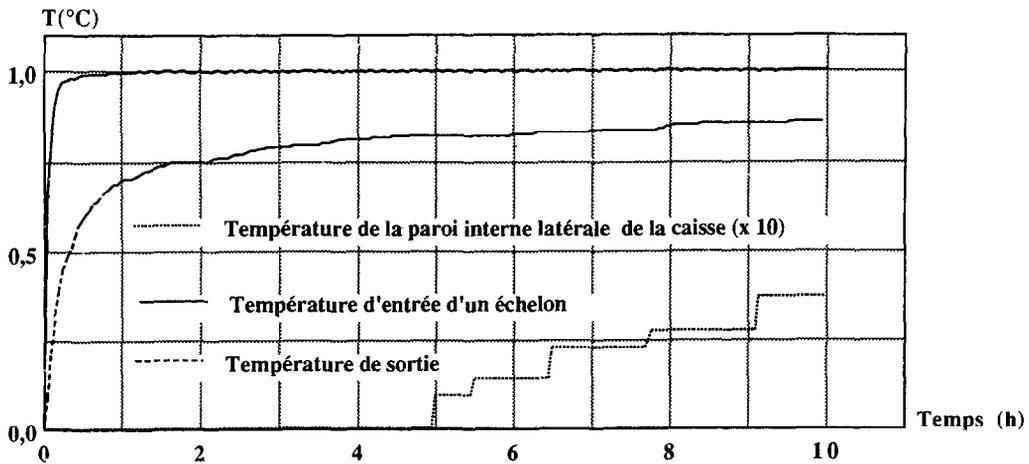


Fig. 5. Températures d'entrée et de sortie expérimentales pour 10 h : $Q_v = 26.1 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$.

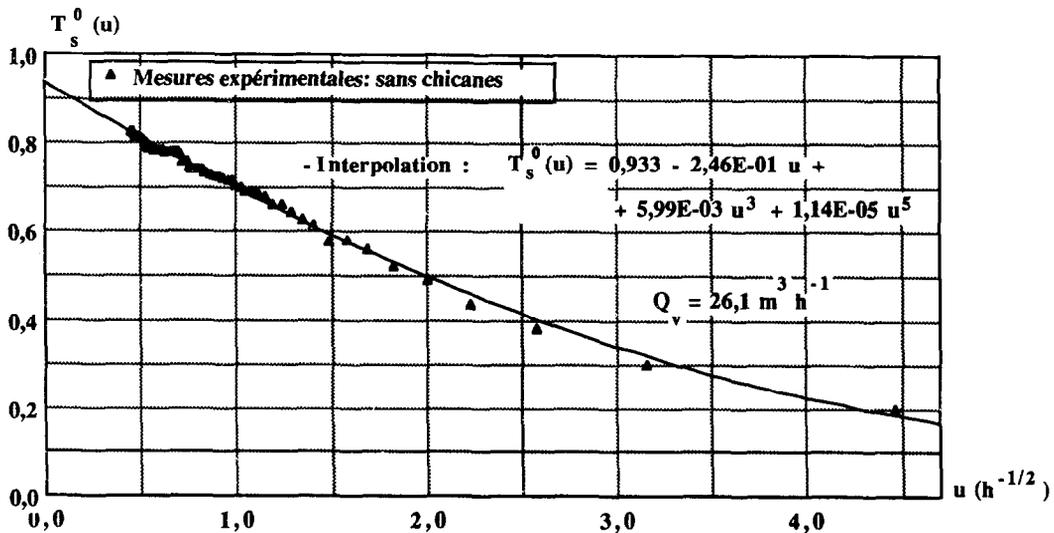


Fig. 6. Réponse expérimentale pour 5 h et polynôme d'interpolation.

température. La température initiale de l'ensemble du système est celle du laboratoire qui est la température atmosphérique prise comme référence.

7. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET DISCUSSION

On peut obtenir en agissant sur les résistances une température d'entrée sinusoïdale ou très proche d'un échelon unité Fig. 5. pour différents régimes. La montée en température dans ce cas est de quelques minutes. Cependant la courbe obtenue est très proche d'un échelon parfait sur la durée de l'expérience (10 h). On constate que la température de la paroi latérale interne de la caisse commence à décoller Fig. 5 au bout d'une période de 5 à 7 h pour croître très lentement et atteindre 3.7% de la valeur de l'échelon au bout de 10 h dans le cas d'un échangeur sans chicanes (14% dans le cas d'un échangeur avec chicanes de pas 4 cm). L'onde de température atteint donc les parois au bout de 5 h, durée

minimale pour que les données expérimentales contiennent implicitement l'effet des conditions aux limites.

La Fig. 6. montre le graphe de la température de sortie expérimentale T_s^0 en fonction de la variable $u = t^{-1/2}$ pour une durée de 5 h. Les coefficients du polynôme d'interpolation déterminés par la méthode des moindres carrés dans cet intervalle de temps décroissent rapidement avec le degré. Au delà du degré 5, ces coefficients deviennent parfaitement négligeables. On voit nettement sur cette courbe que le degré 5 suffit largement même pour les temps faibles. Nous constatons que les valeurs des premiers coefficients, notamment $T_{ic} = 0.933$, T_1 , T_3 étaient en fait indépendants du degré du polynôme d'interpolation Fig. 7. On peut limiter le développement à ces trois premiers termes au voisinage de $u = 0$, les suivants étant négligeables.

La Fig. 8 montre le graphe de la température de sortie expérimentale $T_s^0(u)$ pour une expérience de durée 10 h. On constate que les coefficients du polynôme d'in-

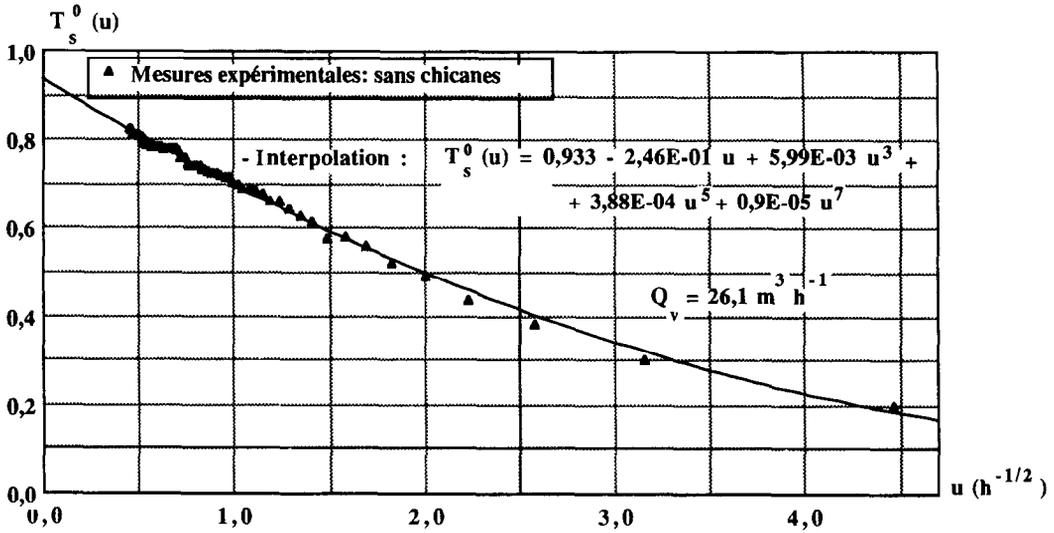


Fig. 7. Réponse expérimentale pour 5 h et polynôme d'interpolation.

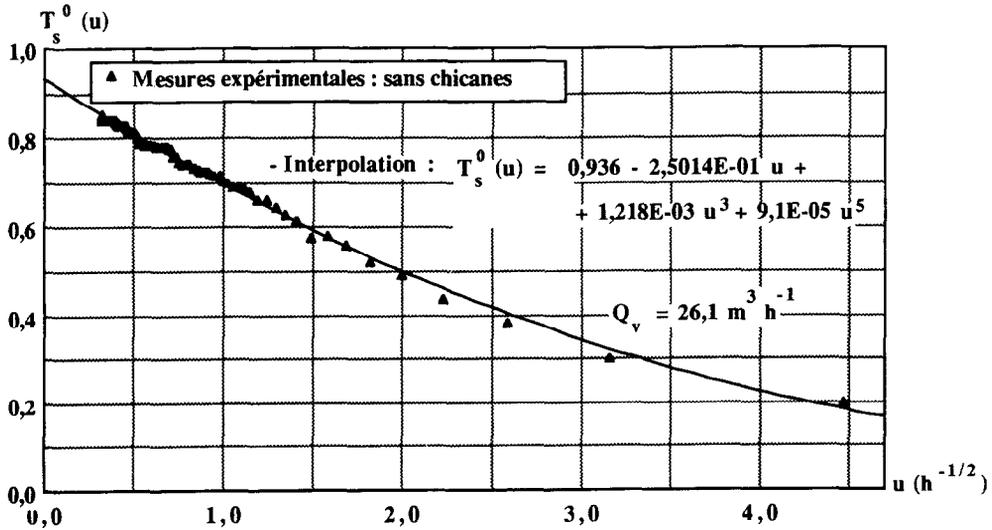


Fig. 8. Réponse expérimentale pour 10 h et polynôme d'interpolation.

terpolation de cette température de sortie, sont quasiment égaux à ceux obtenus pour une expérience de 5 h. L'expérience confirmant le comportement asymptotique théorique, nous autorise à extrapoler en dehors de l'intervalle expérimental.

Nous avons vérifié ces résultats dans d'autres conditions. Nous avons ainsi constaté que pour un débit double du précédent, le comportement asymptotique était vérifié et que d'autre part la valeur de T_x était plus faible (0.918) Fig. 9. Le même phénomène se produit lorsqu'on munit l'espace annulaire de chicanes sous forme d'ailettes en demi-couronnes obstruant chacune la moitié de la section de l'écoulement et décalées azimuthalement de 120° Fig. 10. La présence de ces obstacles augmente l'échange entre l'air de l'espace annulaire et le sol. L'échangeur étant parallèle à la surface libre, assez proche de celle-ci (environ 20 cm), et la chaleur se propageant principalement radialement, les

pertes augmentent rapidement quand l'échange s'accroît. La valeur de T_x , qui caractérise donc les pertes en régime permanent, atteint une valeur de 0.884 pour un débit de $26.1 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ et un pas de chicanes de 6 cm Fig. 11, et de 0.776 pour un pas de 4 cm Fig. 12.

Connaissant maintenant cette réponse $T_s^0(t)$, en particulier T_x , dans l'intervalle $[0, \infty]$, on peut déterminer alors les paramètres a_n , ce qui nous permet de tracer la réponse du système en régime alternatif. La formule (20b) donne l'atténuation d'amplitude de la partie sinusoïdale de la température de sortie, et la formule (20c) son déphasage par rapport à l'entrée. Ces formules sont exactes quelque soit la période $2\pi/\omega$, qu'elle soit faible ($\approx 1 \text{ h}$: la profondeur de pénétration de l'onde au voisinage de l'échangeur est de l'ordre du centimètre) ou très grande (plusieurs mois: l'onde thermique pénétrerait sur une distance de l'ordre de 1 à 2 mètres, dans le cas d'un sol semi-infini). Dans un autre travail [17] nous avons

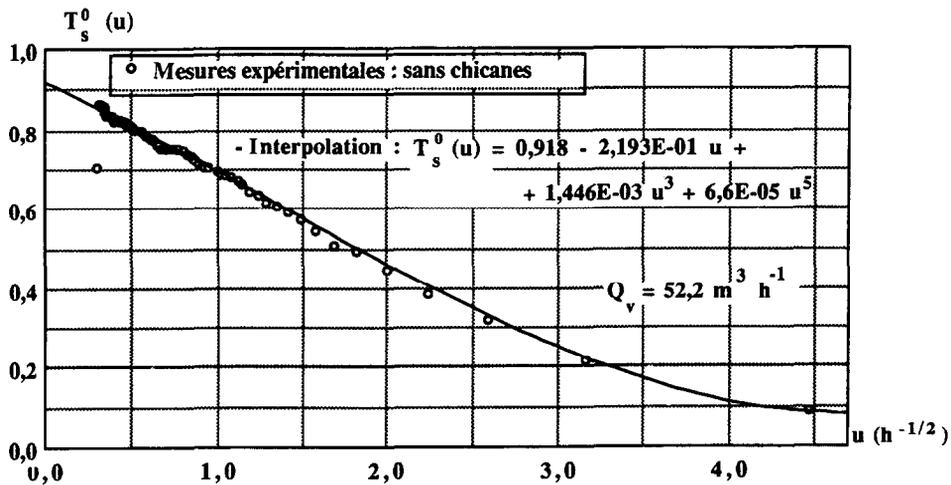


Fig. 9. Réponse expérimentale pour 10 h et polynôme d'interpolation.

montré quels seraient le déphasage et l'atténuation pour des périodes beaucoup plus élevées.

La Fig. 13. montre, superposées, l'évolution de la température de sortie, pour un signal sinusoïdal de période 1 h, tracée numériquement à partir de l'équation (20a), et la température de sortie expérimentale. Les coefficients a_n et T_x utilisés dans le calcul ont été déterminés à partir de l'échelon expérimental précédent d'une durée 5 h. On constate que la réponse numérique sinu-

soïdale s'approche très bien de la réponse expérimentale. La Fig. 14. montre l'évolution de l'erreur relative commise sur la réponse numérique sinusoïdale par rapport à la réponse expérimentale, cette erreur varie en moyenne entre 1 et 4%, ce qui peut s'expliquer par les petites fluctuations des températures expérimentales.

8. CONCLUSION ET PERSPECTIVES D'APPLICATION

L'étude présentée ici montre donc qu'il est possible de prévoir le comportement général d'un échangeur à partir d'un minimum d'informations expérimentales. Toutefois la récolte de ces informations nécessite une expérience préliminaire dans laquelle certaines conditions doivent être *a priori* bien vérifiées; en particulier, pour la réponse intrinsèque :

- uniformité du champ de température initial;
- température ambiante constante et égale à sa valeur moyenne temporelle.

Ces conditions ne sont évidemment pas possibles à réaliser rigoureusement sur le site où sera implanté la batterie d'échangeurs. Ceci se traduit par la non-nullité des trois premiers termes de l'équation (8). Le troisième peut toujours être négligé dans la pratique: il décrit le régime de vidange initial de l'échangeur; sa durée est très courte, de l'ordre de quelques secondes et son influence sur le comportement ultérieur, très faible, car le champ de température initial du fluide dans l'espace annulaire est généralement peu différent de la température de référence. L'effet des deux premiers termes: variation de la température ambiante et surtout stratification du champ de température initial, pourrait *a priori* être corrigé de la manière suivante, en utilisant la propriété de linéarité du modèle: une expérience dans laquelle la température d'entrée du fluide est nulle, c'est à dire à la température atmosphérique moyenne annuelle du site considéré, fournira la réponse du système due à la seule contribution de ces deux premiers termes, quelle

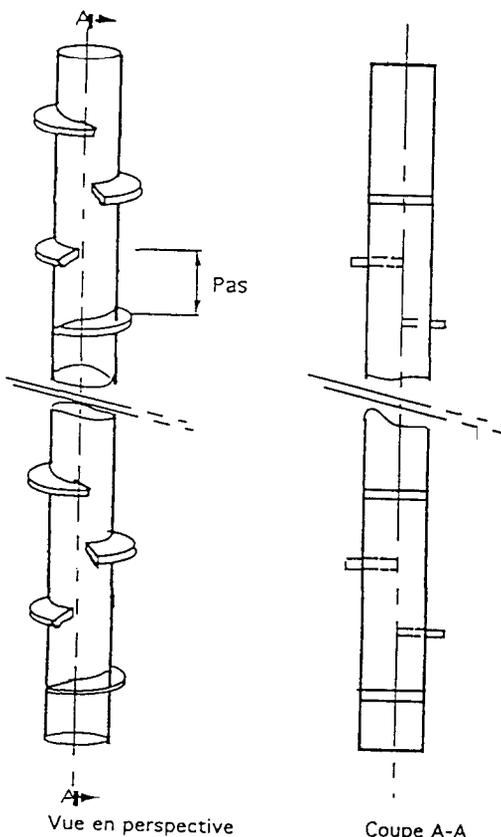


Fig. 10. Disposition des ailettes sur le tube central.

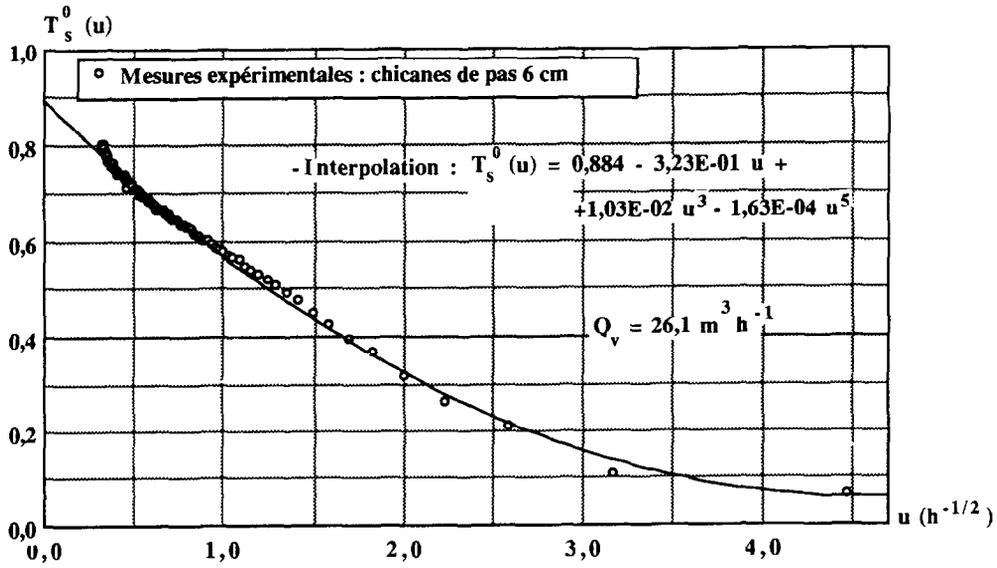


Fig. 11. Réponse expérimentale pour 10 h et polynôme d'interpolation.

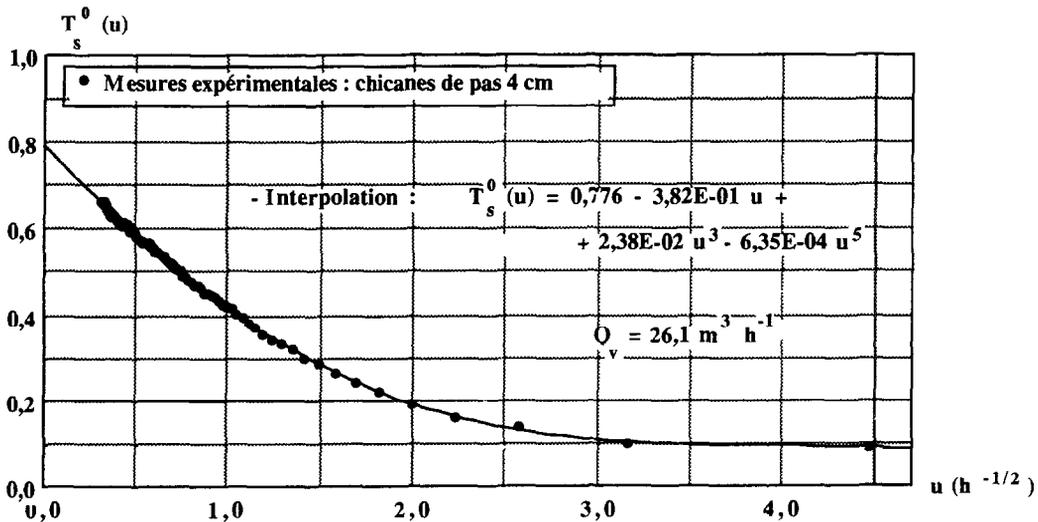


Fig. 12. Réponse expérimentale pour 10 h et polynôme d'interpolation.

que soit d'ailleurs leur évolution. Une seconde expérience effectuée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec un second échangeur identique au précédent et n'interagissant pas avec celui-ci, avec une température d'entrée échelon unité fournira une réponse qui est la somme de la réponse précédente et de la réponse intrinsèque pure, ce qui permet de déterminer cette dernière.

La connaissance complète du comportement d'un échangeur isolé, permet alors de reconstituer la réponse d'une batterie de ce type d'échangeurs identiques mis en série et n'interagissant pas entre eux, l'espacement minimum entre les échangeurs dépendant notamment de la nature du sol et de la durée du stockage. On peut calculer alors, pour un échangeur, dans le cas d'un

régime alternatif établi l'atténuation et le déphasage entre les températures d'entrée et de sortie.

Par ailleurs, on montre [17] que le déphasage obtenu, pour "n" échangeurs identiques montés en série, et qui n'interagissent pas, est "n" fois celui d'un seul échangeur et que l'atténuation de l'amplitude de la température de sortie est la puissance n-ième.

Il devient donc possible de dimensionner et de déterminer le nombre minimum d'échangeurs nécessaires dans une application et pour des besoins donnés; possible également de prévoir la réaction de l'échangeur à des épisodes aléatoires très froids ou très chauds. Dans le cas où les échangeurs interagissent, la méthode est applicable mais sur la totalité de l'échangeur. Elle per-

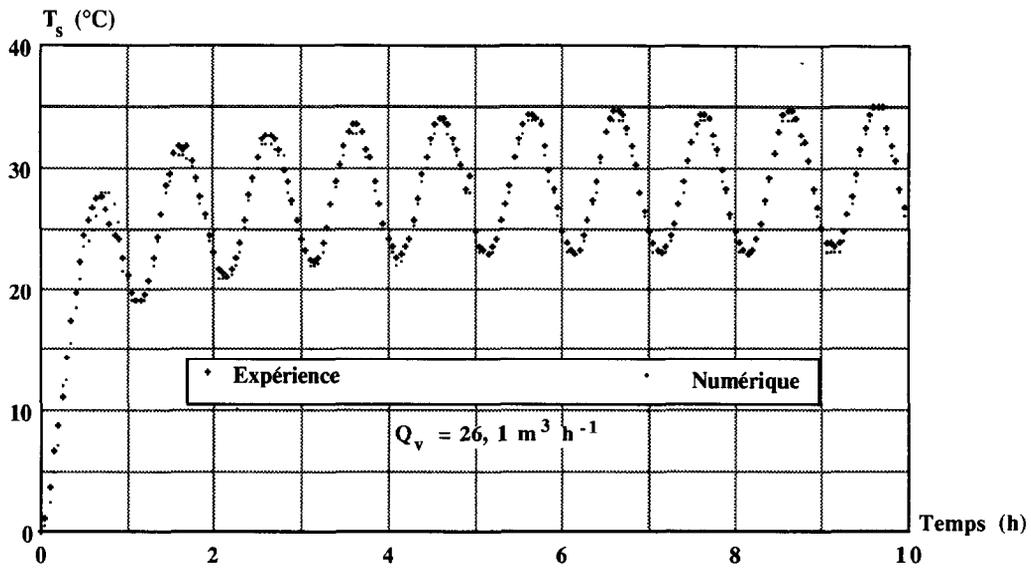


Fig. 13. Réponse expérimentale et numérique du système en régime alternatif : période = 1 h.

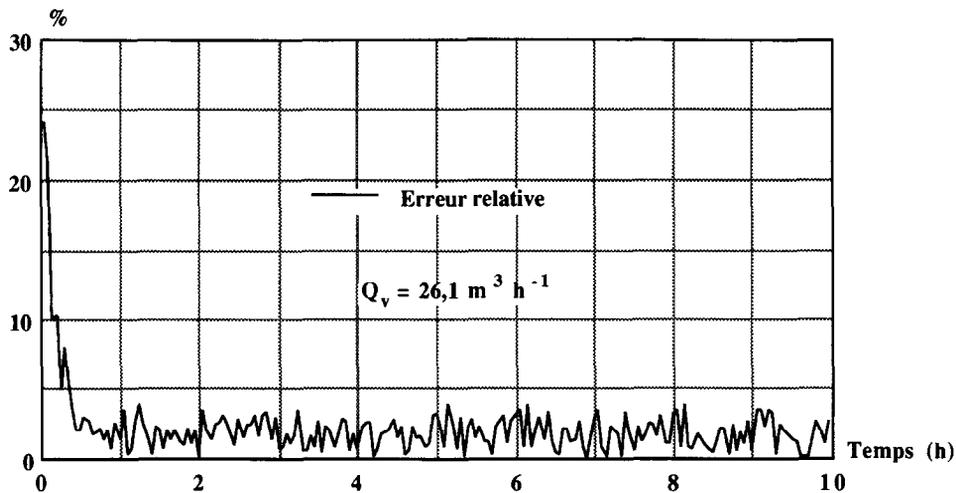


Fig. 14. Variation de l'erreur relative de la température de sortie sinusoïdale : période = 1 h.

mettra de prévoir son comportement futur et éventuellement de corriger sa taille.

Enfin, en toute rigueur, notre méthode ne s'applique pas au cas d'un sol humide. On sait toutefois que pour la modélisation mathématique des transferts de chaleur dans le sol, on peut réduire l'expression du flux de chaleur à la forme simplifiée $q = -\lambda \cdot \text{grad } T$ où λ est une conductivité phénoménologique prenant en compte les différents transferts de chaleur [18], cette approximation donnant des résultats en bon accord avec l'expérience.

Il nous semble donc possible de tirer profit de notre méthode de la manière suivante : Nous avons montré aussi [14] que l'on pouvait calculer les coefficients a_n et T_∞ à partir d'expériences utilisant une température d'entrée n'ayant pas la forme d'un échelon unité (en inversant la relation de Duhamel). En particulier, on peut déterminer $T_s^0(t)$ à partir de régimes basses fré-

quences. Une expérience effectuée dans ces conditions dans un sol humide mais faiblement poreux tiendra compte du transfert de chaleur couplé au transfert de masse alternatif à la fréquence considérée. La réponse $T_s^0(t)$ qu'on pourra en déduire tiendra donc compte en moyenne de ces effets, et permettra un prédimensionnement de la batterie d'échangeurs.

RÉFÉRENCES

1. Portales, B., Martin, M., Torguet, R. et Le Ray, M., Stockage longue durée dans le sol pour le chauffage intégral des bâtiments. *Actes de la Conférence Internationale Énergie Solaire—Chauffage—Réfrigération*, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1981, pp. 239–271.
2. Bourret, B., Petit, M. et Trombe, A., Rafrachissement d'air par échangeur dans le sol—étude théorique et expérimentale. *Revue Générale de Thermique*, **364**, 239–244, 1992.
3. Deroyon, J. P., Martin, M., Le Ray, M. et Torguet, R.,

- Chauffage de pavillons par un système capteurs à air Sol-pompe à chaleur. *Actes de la Conférence Internationale Énergie Solaire—Chauffage—Réfrigération*, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1981, pp. 150–169.
4. Portales, B., Martin, M., Le Ray, M. et Torguet, R., Experimentation of the heating of greenhouses with solar energy stored in subsoil in the north of France. *Proceedings of Energex 82: A forum on Energy self Reliance: Conservation, Production and Consumption*, Vol. 1, Regina, Saskatchewan, Canada, 1982, pp. 381–384.
 5. Leroy, G. et Sanejouand, R., Stockage intersaisonnier de chaleur à basse température. *Revue Générale de Thermique*, 1983, **254**, 117–124.
 6. Baudoïn, A., Abgrall, M. et Padet, J. P., Étude d'un échangeur baïonnette en milieu solide infini. *Revue Générale de Thermique*, 1990, **348**, 700–707.
 7. Baudoïn, A., Abragall, M. et Padet, J. P., Comportement du sous-sol soumis à l'influence d'un puits où règne une température imposée, méthodes de calcul, approche expérimentale. *Revue de Physique Appliquée*, 1988, **23**, 301–313.
 8. Bourret, B. et Soontornchainacksaeng, T., Modélisation du comportement thermique d'un échangeur dans le sol—approche analytique simplifiée et validation. *Entropie*, 1994, **181**.
 9. Desmons, J. Y., Formulation et résolution numérique de problèmes aux limites appliquées aux régénérateurs de chaleur tubulaires enterrés. Thèse de doctorat d'État. Université de Valenciennes, 1984.
 10. Ben Younès, R., Desmons, J. Y., Tizaoui, A. et Le Ray, M., Influence de la nature du tube central et de la présence d'obstacles dans l'espace annulaire sur la réponse d'un échangeur bitubulaire enterré. *Proceedings of National Energy Conference, C.N.E.'94*, Section X, Neptun, Romania, 1994, pp. 144–150.
 11. Ben Younès, R. and Desmons, J. Y., Experimental study of the surface heat transfer coefficient under forced convection in a bitubular exchanger. *First International Energy Congress Proceedings, I.T.E.C. 93*, Vol. 2, Marrakesh, Morocco, 1993, pp. 579–583.
 12. Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press, Oxford, 1959.
 13. Hladik, J., *La Transformation de Laplace à Plusieurs Variables*, ed. Masson, Paris, 1969, p. 25.
 14. Ben Younès, R., Desmons, J. Y., Le Ray, M. et Tizaoui, A., Nouvelle méthode de prévision de la réponse d'un échangeur bitubulaire enterré en fonctionnement continu. *Actes du Congrès S.F.T. 94, Thermique et Énergétique à travers la Science et l'Industrie*, Paris, 1994, pp. 568–573.
 15. Ben Younès, R., Prévission numérique et expérimentale de la réponse intrinsèque d'un échangeur bitubulaire enterré en régime continu. Thèse de doctorat. Université de Valenciennes, 1993.
 16. Desmons, J. Y. et al. Nouvelle méthode de mesure de la conductivité thermique. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1984, **27**(4), 511–517.
 17. Ben Younès, R., Desmons, J. Y., Le Ray, M. and Tizaoui, A., Thermal behaviour modeling of under ground sensitive heat storage – proposal of a method to improve the system performances. *Proceedings of 49th National Congress A.T.I.*, Perugia, Italy, 1994, pp. 1995–2006.
 18. Hladik, J., Échangeurs enterrés à circulation directe de Fréon—application au chauffage de l'habitat. *Revue Générale de Thermique*, 1990, **341**, 256–262.